Econophysics: inzicht in economische complexiteit

Econophysics heeft als doel empirische gegevens over daadwerkelijke economische en financiële systemen in overeenstemming te brengen met economische theorieën en modellen. Hierbij worden kwantitatieve methoden toegepast die in de natuurkunde, en in het bijzonder de statistische fysica, worden ontwikkeld of gebruikt.

Diego Garlaschelli en Peter Denteneer

Wat is econophysics?

Econophysics is een interdisciplinair onderzoeksgebied waarin wetenschappers economische en financiële gegevens gebruiken om inzichten te verwerven in de organisatie van werkelijke socio-economische systemen op allerlei schaal: van het microscopische niveau van individuele transacties in financiële markten tot het samengestelde niveau van wereldwijde handel tussen landen [1, 2, 3, 4]. Er bestaat een lange historie van wisselwerking tussen natuurkunde en economie [4]. De benaming econophysics is in 1994 ingevoerd door de statistisch-fysicus Eugene Stanley [5], maar al in het begin van de 19e eeuw kan er onderzoek geïdentificeerd worden dat in deze categorie valt. In Nederland kan Paul Ehrenfest als vader van econophysics aangemerkt worden; zijn interesse in de relatie tussen natuurkunde en economische theorie resulteerde in 1929 in het proefschrift van zijn student Jan Tinbergen, die in 1969 de eerste Nobelprijswinnaar voor de Economie werd. De relatief recente uitbarsting van activiteit in econophysics heeft twee oorzaken: de beschikbaarheid van gegevens en nieuwe ideeën om ze te interpreteren. Laten we beide zaken nader beschouwen.

Aan de empirische kant is er de enorme hoeveelheid gegevens die continu geproduceerd wordt sinds de financiële markten wereldwijd het elektronisch handelen hebben ingevoerd. Natuurkundigen hebben het geschikte gereedschap om met deze anders angstaanjagende hoeveelheid gegevens om te gaan en krijgen een voorheen ongekende kans het gedrag van echte economische systemen te bestuderen. Dit is echter maar een deel van het verhaal; behalve het toepassen (waar het nuttig is) van natuurkundige methoden op economische gegevens, stelt econophysics zich ook tot doel theorieën en modellen die in de economische wetenschap naar voren zijn gebracht te toetsen met empirische gegevens. Hier ligt een theoretische uitdaging. In tegenstelling tot de economie heeft de natuurkunde een lange traditie in het bestuderen van

Diego Garlaschelli ontving zijn mastergraad Natuurkunde in 2001 van de (derde) Universiteit van Rome en promoveerde in 2005 aan de Universiteit van Siena. Sinds maart 2011 is hij assistant professor binnen het Instituut-Lorentz, Leids Instituut voor Onderzoek in de Natuurkunde (LION), Universiteit Leiden, waar hij het keuzecollege Econofysica doceert. Zijn onderzoeksinteressen zijn Netwerk Theorie, Econophysics en interdisciplinaire toepassingen van statistische fysica op complexe biologische en socio-economische systemen.

garlaschelli@lorentz.leidenuniv.nl

Peter Denteneer studeerde in 1983 af aan de Universiteit Utrecht en promoveerde in 1987 aan de Technische Universiteit Eindhoven in de Theoretische Vaste Stof Fysica. Sinds 1990 is hij verbonden aan het Instituut-Lorentz, Leids Instituut voor Onderzoek in de Natuurkunde (LION), Universiteit Leiden. Hij heeft statistisch-fysisch onderzoek gedaan aan sterk-gecorreleerde quantumsystemen, zoals hoge-temperatuursupergeleiders, gecondenseerde ultrakoude atomen en bij metaal-isolatorovergangen.

pjhdent@lorentz.leidenuniv.nl

systemen met allerlei soorten wisselwerking tussen de componenten en is zodoende begonnen bij te dragen aan het theoretisch begrip van complexe economische verschijnselen.
Veel ideeën uit de natuurkunde (zie de kaders voor voorbeelden), zelfs enkele die al lang bekend waren, zijn revolutionair gebleken in de economische wetenschap wanneer ze worden vergeleken met de overheersende neoklassieke visie. In de neoklassieke visie op economie wordt het gedrag van elk individu gesimplificeerd tot het maximaliseren van een profijtfunctie, onder de aanname dat iedereen volledige informatie heeft over de handelingen en gebeurtenissen in de markt. Vanuit deze beperkte en in het algemeen onrealistische postulaten worden conclusies getrokken over de maatschappij in de vorm van theorema's. Gedurende de afgelopen twintig jaar hebben natuurkundigen deze werkwijze in twijfel getrokken door aan te tonen dat de heersende economische visie in tegenspraak is met feitelijke gegevens; dat gebeurde zelfs al voordat de wereldwijde financiële crisis de bestaande conflicten tussen theorie en feiten pijnlijk aan het licht bracht.

De complexiteit van economische verschijnselen

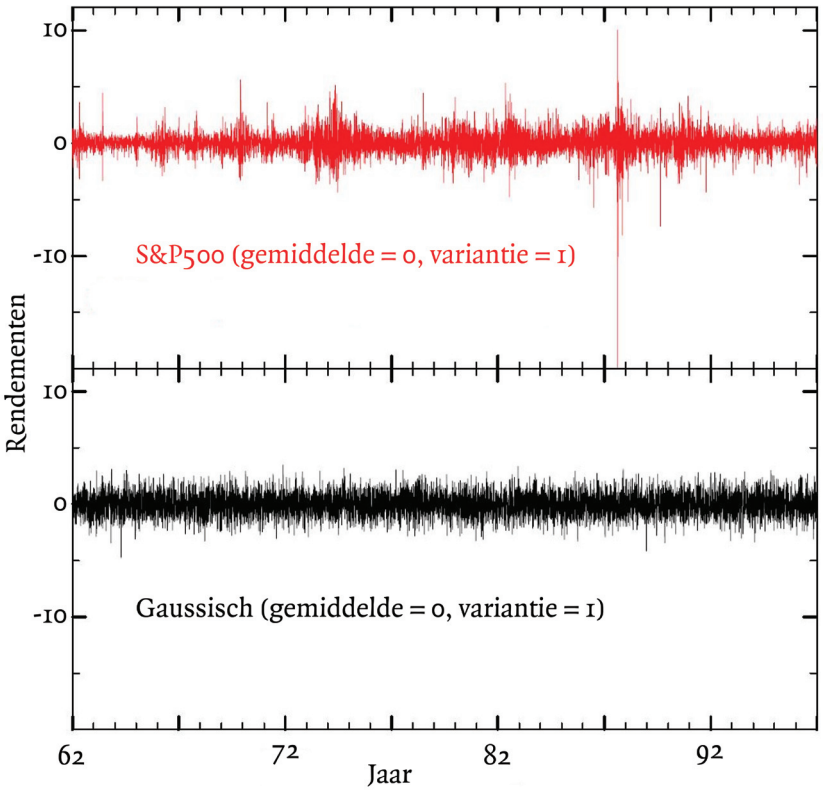
Een karakteristieke eigenschap van realistische economische gegevens die niet overeenkomt met de meeste traditionele modellen is die van schaalinvariantie: in sommige systemen is er géén typische schaal. In geometrische fractalen komt dat tot uiting in de zogenoemde *selfsimilarity* van een object: vorminvariantie onder vergroting. Meer in het algemeen vertoont elke grootheid die zich bij een schaalverandering volgens een machtswet gedraagt deze eigenschap. Veel economische grootheden voldoen aan een machtswet: in financiële markten volgt de waarschijnlijkheid om een log-rendement [7] van een zekere grootte te vinden een machtswet. Soortgelijke verdelingen treden op voor het aantal mensen binnen een land met een bepaald inkomen of met een bepaalde rijkdom en ook voor het aantal bedrijven met een gegeven omvang.
In al deze gevallen impliceren verdelingen gegeven door een machtswet dat er veel gebeurtenissen zijn van

Faseovergangen in een markt

Bij een faseovergang ondergaat een systeem van veel, wisselwerkende elementen een essentiële, macroscopische toestandsverandering (zoals de overgang tussen een niet-magnetische en een ferromagnetische toestand) wanneer een regelparameter (typisch is dit temperatuur in de magnetische overgang) slechts een klein beetje verandert rondom een kritieke waarde. In economische verschijnselen zou een faseovergang betekenen dat een kleine verandering in de microscopische keuzen van individuen grote gevolgen kan hebben voor de maatschappij als geheel. Een dergelijk scenario is zowel theoretisch als empirisch onderzocht in een aantal situaties en er lijken inderdaad faseovergangen op te treden in de economische en financiële wereld. Bijvoorbeeld, in een gereguleerde markt, zoals een aandelenbeurs, kan een abrupte overgang plaatsvinden tussen een evenwichtsregime en een niet-evenwichtsregime, waarin een symmetrie gebroken is en de markt op weg is naar een nieuw evenwicht [12].
Met faseovergangen zijn altijd machtswetten geassocieerd, in het bijzonder in ruimtelijke correlaties op het kritieke punt. Veel economische grootheden zijn te beschrijven met machtswetten. De typische vorm van een machtswetverdeling is:

$$P(w) \propto w^{-\gamma}$$

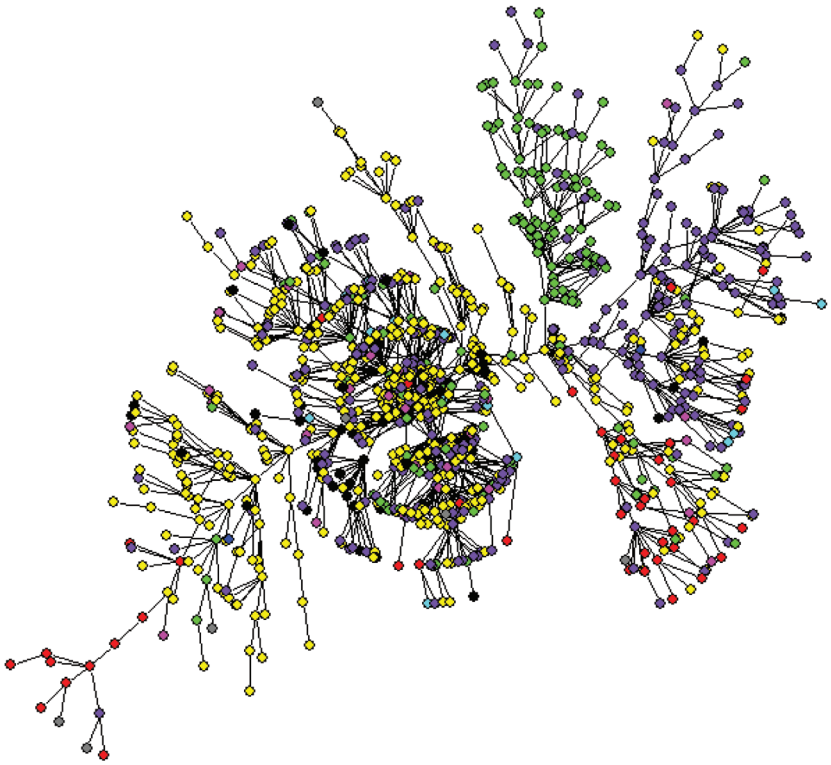
waarin w de waarde is van de betreffende grootheid (rijkdom, log-rendement, et cetera) en $P(w)$ de waarschijnlijkheidsverdeling om deze waarde aan te treffen. De waarde van de exponent γ (positief) bepaalt hoe snel de kans op grotere waarden afneemt en daarmee hoe breed de verdeling is. Indien $\gamma \leq 3$, dan divergeert de variantie van de verdeling en kunnen ook gebeurtenissen die heel ver van het gemiddelde liggen optreden.



Figuur 1 Vergelijking van de 10-minuuts log-rendementen van de Standard & Poor 500 index van 1962 tot 1997 (genormeerd op variantie 1; boven) en een gegenereerde reeks van Gaussische random variabelen (*random walk* met variantie 1; onder). Grafieken overgenomen uit: Stanley (2005).

Ineenstorten van een aandelenmarkt als aardbeving?

Een karakteristiek van aardbevingen en het breken van materialen is het langzaam opbouwen van spanning, die dan vrijkomt in een plotse, heftige gebeurtenis. Het knappen van zogenoemde bellen (*bubbles*) in de financiële markten, bijvoorbeeld het ineenstorten (de 'crash') van aandelenmarkten, lijkt een soortgelijk fenomeen. Er is inderdaad voorgesteld dat beide verschijnselen gezien kunnen worden als faseovergangen (zie eerste kader), maar met kritieke punten in tijd in plaats van temperatuur. Ten grondslag aan dit voorstel ligt het concept van discrete schaalinvariantie, in tegenstelling tot de continue schaalinvariantie in gebruikelijke faseovergangen. De discrete vorm is gemotiveerd door de fractale geometrie van de natuur (Mandelbrot) en leidt tot het optreden van complex-waardige kritieke exponenten en, bijgevolg, log-periodieke oscillaties van (financiële) tijdreeksen. Indien men overtuigend kan aantonen dat dit concept werkelijk van toepassing is, zou dat tot de mogelijkheid leiden om crashes en aardbevingen te voorspellen en, belangrijker, te voorkomen. Hoewel een overtuigend bewijs van dit idee momenteel nog niet geleverd is, zijn er toch bemoedigende resultaten geboekt [3, 13].



Figuur 2 *Minimum Spanning Tree* **die de sterkste kruiscorrelaties weergeeft tussen dagelijkse log-rendementen van 1071 aandelen die gedurende de 12-jarige periode 1987-1998 (3030 handelsdagen) aan de New York Stock Exchange werden verhandeld. Knooppunten met dezelfde kleur behoren tot dezelfde industriesector. Voor nadere details zie: Bonanno** *et al.* **(2003).**

geringe omvang en slechts enkele gebeurtenissen van heel grote omvang. Echter, de frequentie van grote waarden neemt maar langzaam af en is veel groter dan men zou verwachten op grond van verdelingen die snel afvallen, zoals de exponentiële verdeling of de Gaussische (of normaal-)verdeling. Daarom zegt men dat machtswetverdelingen *fat tails* (dikke staarten) hebben. Afhankelijk van de exponent in de machtswet kan de variantie van de verdeling (een maat voor de breedte) divergeren, dat wil zeggen: oneindig groot zijn. Dit betekent dat er woeste fluctuaties zullen zijn die het kennen van het gemiddelde van beperkte waarde maken. De observatie van machtswetfluctuaties in financiële markten heeft duidelijk gemaakt dat het vroege *random walk* ('dronkemanswandeling') model voor prijsbewegingen dat door Bachelier [8], een Franse pionier van econophysics, is voorgesteld niet door de empirische gegevens wordt ondersteund. Het tekent desalniettemin het genie van Bachelier dat hij dit model reeds in 1900 opstelde, vijf jaar voordat Einstein zijn vergelijkbare studie van de Brownse beweging openbaarde. Omdat het Bacheliermodel niet geheel in overeenstemming is met de realiteit, zijn in de praktijk veel grotere verliezen mogelijk dan in het model. Een andere onvolkomenheid is dat het model geen aspect van geheugen kent, terwijl in de praktijk grote gebeurtenissen samenklonteren in de tijd en de volatiliteit (een maat voor de grootte van fluctuaties) lange auto-correlaties in de tijd vertoont: *volatility clustering*. Een mooi voorbeeld hiervan is te zien in figuur 1: gebeurtenissen die vele malen de standaarddeviatie zijn, komen in de index veel vaker en dichter bijeen voor dan in de random walk. Verder heeft het ontbreken van een typische schaal in de rijkdom van individuen en de grootte van bedrijven de consequentie dat het wijdverbreide concept van een representatieve handelaar, waarbij het gedrag van een grote populatie van individuen te reduceren is tot het handelen van een ideale, gemiddelde handelaar, losgelaten moet worden. Dit komt natuurlijk goed overeen met een bekend feit in de natuurkunde dat wanneer er interactie in het spel is, het geheel niet eenvoudigweg de som der delen is.

Inderdaad ligt het serieus nemen van interacties ten grondslag aan veel andere wapenfeiten van econophysics. Uit de analyse van kruiscorrelaties in de tijd tussen alle paren aandelen die verhandeld worden binnen een index komt naar voren dat er een hiërarchie van interacties is, van het collectieve niveau van de markt als geheel tot sector- en groepspecifieke correlaties. Men kan bijvoorbeeld een netwerk creëren waarvan knooppunten aandelen voorstellen en verbindingslijnen de correlaties tussen de corresponderende tijdreeksen. Een afgeleid net-

werk dat de totale correlatie maximaliseert en tegelijkertijd het minimum aantal verbindingen heeft om globaal verbonden te zijn (dat wil zeggen dat elk paar van aandelen verbonden is via een pad over het netwerk) heet de *Minimum Spanning Tree*. Dit netwerk van sterkste correlaties in de markt is in de praktijk extreem heterogeen: een klein aantal aandelen is direct verbonden met een groot aantal andere aandelen en een meerderheid van aandelen is maar met enkele andere verbonden (zie figuur 2).

Op weg naar een begrip van financiële crises

Meer in het algemeen kunnen netwerken gebruikt worden om de interacties in een economisch systeem te bestuderen tussen gekoppelde componenten (bijvoorbeeld individuen, bedrijven, banken, landen). Er blijkt dan opnieuw dat de meeste economische en financiële netwerken géén schaal hebben, oftewel het aantal verbindingen van een knooppunt volgt een machtswetverdeling. Dit feit accentueert dat slechts enkele informatie kunnen uitwisselen met een significante fractie van het systeem, terwijl een overgrote meerderheid slechts een klein aantal interacties heeft. Dit is opnieuw tegengesteld aan het neoklassieke idee in de economie van homogene en onbeperkte informatie. In figuur 3 wordt dit geïllustreerd aan de hand van het netwerk van aandeelhouderschapsrelaties in de Italiaanse financiële markt. Er is een groot aantal bedrijven met een klein aantal verbindingen en een klein aantal 'systeembedrijven' die van een groot aantal bedrijven significante hoeveelheden aandelen bezitten. Soortgelijke resultaten vindt men voor het netwerk van geldelijke verplichtingen tussen banken, waar de knooppunten banken representeren en de verbindingen aangeven dat de ene bank geld heeft geleend van de andere bank. Het bestuderen van een dergelijk netwerk maakt het mogelijk om domino-effecten te begrijpen en te voorspellen in het geval een of meerdere banken insolvent raken, oftewel niet meer aan hun verplichtingen kunnen voldoen. Zo'n insolventie kan secundaire golven van insolventie doen afgaan, die zich vervolgens door het hele bankensysteem voortplanten.

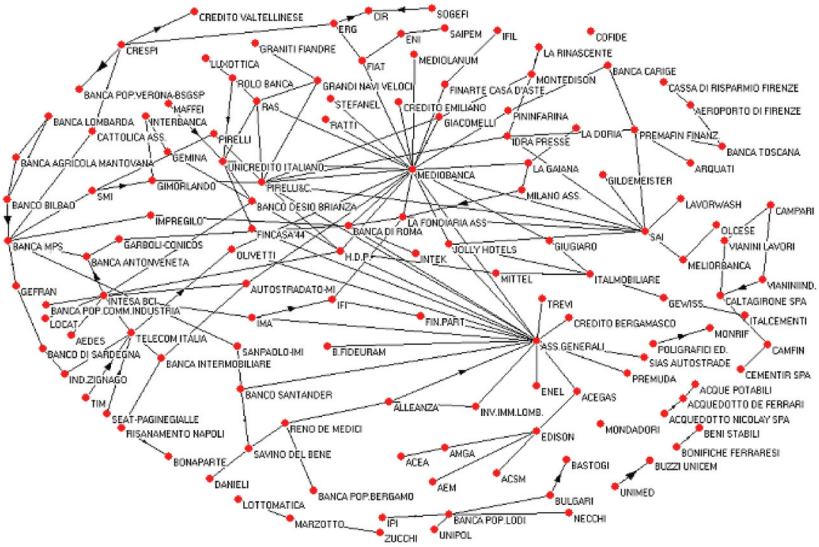
In de meest recente ontwikkelingen binnen econophysics worden in de natuurkunde bekende concepten, zoals complexiteit, niet-lineariteit, kritikaliteit, instabiliteit en netwerken, gebruikt om te begrijpen hoe systeemrisico's ontstaan in grote economische systemen. Dit inzicht zal behulpzaam zijn bij het voorspellen en voorkomen van financiële crises. In de kaders worden hiervan voorbeelden gegeven. Een doel van de natuurkunde als wetenschappelijke discipline is altijd geweest om, naast het begrijpen van de verschijnselen waarmee de mens in het heelal wordt geconfronteerd, deze verschijnselen ook beheersbaar en zo mogelijk tot nut te maken. Gegeven de vernietigende invloed die ontregelende fenomenen in de economische en financiële wereld (zoals het ineenstorten van aandelenmarkten) op het leven van mensen kunnen hebben, lijkt het zeker de moeite waard om de parallellen tussen natuurkunde en economie nader te exploreren.

Turbulentie en wisselkoersen

Er zijn parallellen te trekken tussen turbulentie in vloeistofstroming en schommelingen in de wisselkoersen tussen verschillende valuta. Een van de meest succesvolle ideeën in de theorie van turbulentie (nog steeds een van de meest uitdagende problemen in de natuurkunde) is het idee van Kolmogorov van de *energiecascade*. Men observeert dat circulaire stromingspatronen, zogenaamde *eddies*, opbreken in steeds kleinere versies van deze patronen totdat ze verdwijnen bij het bereiken van een kleinste schaal. De aanname van constante energieflux naar kleinere lengteschalen leidt tot de volgende formule voor hoe de momenten van de waarschijnlijkheidsverdeling voor snelheidsverschillen δv_l afhangen van lengteschaal l:

$$\langle (\delta v_\ell)^n \rangle \sim \ell^{n/3} \quad n = 2, 3$$

Opmerkelijk is dat men empirisch heeft vastgesteld dat dezelfde exponenten ook optreden indien men de momenten berekent van de waarschijnlijkheidsverdeling van prijsveranderingen δX_τ van wisselkoersen tussen vreemde valuta gemeten over verschillende tijdschalen τ.
Deze analyse is bijvoorbeeld gedaan voor de koers van de Amerikaanse Dollar ten opzichte van de Duitse Mark, met tijdsintervallen variërend van enkele minuten tot enkele dagen. Men kan zich afvragen: welke grootheid neemt in de valutamarkten de rol over van de energie?



Figuur 3 Het aandeelhoudersnetwerk van bedrijven in de Italiaanse financiële markt: knooppunten zijn bedrijven op de Italiaanse aandelenbeurs (Milaan) in 2002, verbindingen wijzen van bedrijf A naar bedrijf B dat aandelen bezit van bedrijf A. Meer details zijn te vinden in: Garlaschelli *et al.* (2005).

Het standaardmodel van de financiële wereld

In de Merton-Black-Scholes (MBS) theorie voor opties komen aspecten van diffusie, warmtegeleiding, stochastische processen en (wiskundige) spelthe-orie samen bij het opstellen van een differentiaalvergelijking voor de prijs van een (Europese) optie als functie van tijd t en fluctuerende prijs S van de betreffende financiële waarde, bijvoorbeeld een aandeel. Om een voorbeeld te geven, een *call*-optie is een contract dat de koper het recht geeft, maar niet de plicht (!), een financiële waarde te kopen op een vastgelegd later tijd-stip voor een in het contract bepaalde prijs. De (Black-Scholes) vergelijking voor de waarde C van een call-optie is:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{1}{2}(\sigma S)^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} - rS\frac{\partial C}{\partial S} + rC$$

waarin σ de *volatiliteit* is, een maat (vergelijkbaar met een diffusie-constan-te) voor de grootte van prijsvariaties van het onderliggende aandeel, en r de risico-vrije rentevoet. Aangezien in de afleiding de aspecten van kans en risico handig zijn geëlimineerd en de resulterende vergelijking lijkt op de bekende warmte-diffusievergelijking van Helmholtz, kan ze analytisch opge-lost worden. Onderweg is een aantal vereenvoudigende aannames gemaakt waar in de aandelenmarkten niet helemaal aan wordt voldaan. Bijvoorbeeld wordt aangenomen dat veranderingen in aandelenprijzen log-normaal zijn verdeeld; in perioden van hoge volatiliteit kunnen behoorlijk grote afwijkin-gen van deze aanname optreden. Om die reden combineren handelaren op de aandelenmarkten de oplossingen van de vergelijking altijd met hun ei-gen, op ervaring en inzicht gebaseerde, expertise. Desondanks kan gerust gezegd worden dat de Black-Scholes-vergelijking de financiële wereld in-grijpend veranderd heeft. Pas nadat de MBS-theorie in 1973 was ontwikkeld kwamen markten voor opties en vergelijkbare derivaten tot ontwikkeling. Voor het ontwikkelen van de theorie werd in 1997 aan Merton en Scholes de Nobelprijs voor de Economie toegekend (Black, die vóór zijn economie-studie ook een natuurkunde-opleiding had genoten, was twee jaar daarvoor overleden).

Referenties

1 R.N. Mantegna en H.E. Stanley, *An introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance* (Cambridge University Press, 2000; 2e editie 2007).

2 J.-P. Bouchaud en M. Potters, *Theory of Financial Risk and Derivative Pricing: From Statistical Physics to Risk Management* (Cambridge University Press, 1997; 2e editie 2009).

3 J. Voit, *The Statistical Mechanics of Financial Markets* (Springer, 2000; 3e editie, 2005).

4 S. Sinha, A. Chatterjee, A. Chakraborti en B.K. Chakrabarti, *Econophysics: An Introduction* (Wiley-VCH, 2011).

5 Aangezien de nederlandse benaming, econofysica, weinig gebruikt wordt, zal in dit artikel de engelse benaming gebruikt worden.

6 J. Tinbergen, *Minimumproblemen in de natuurkunde en economie* (Proefschrift in de theoretische natuurkunde, Universiteit Leiden, promotor: P. Ehrenfest) (1929).

7 Indien de prijs van bijvoorbeeld een aandeel op tijdstip t gegeven wordt door $S(t)$, dan wordt het log-rendement na een tijd Δt gedefinieerd door: $r(t,\Delta t)$ = log $S(t+\Delta t)$–log $S(t)$.

8 L. Bachelier, *Théorie de la spéculation* (Proefschrift in de wiskunde, Sorbonne, Universiteit Parijs, promotor: H. Poincaré), Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure III-17, 21-86 (1900).

9 H.E. Stanley, in: *Proceedings of the 22nd IUPAP International Conference on Statistical Physics*, gepubliceerd in: *Pramana - J. Phys.* **64**, 645 (2005).

10 G. Bonanno, G. Caldarelli, F. Lillo en R. N. Mantegna, *Topology of correlation-based minimal spanning trees in real and model markets*, *Phys. Rev.* **E 68**, 046130 (2003).

11 D. Garlaschelli, S. Battiston, M. Castri, V.D.P. Servedio en G. Caldarelli, *The scale-free topology of market investments*, *Physica* **A 350**, 491-499 (2005).

12 V. Plerou, P. Gopikrishnan en H.E. Stanley, *Econophysics: Two-phase behaviour of financial markets*, *Nature* **421**, 130 (2003).

13 D. Sornette, *Why stock markets crash: critical events in complex financial systems*, Princeton University Press, 2003.

Studenten zijn momenteel niet vertegenwoordigd in de NTvN-redactie. Dit zouden we graag anders zien, dus:

GEZOCHT: ENTHOUSIASTE STUDENT

die bereid is zitting te nemen in de NTvN-redactie.

Lijkt het je leuk om mee te denken over de inhoud van het NTvN, artikelen te redigeren en wellicht ook zelf te schrijven, dan zijn we naar jou op zoek!

Voor meer informatie:
Redactiesecretariaat (ntvn@ntvn.nl, 020-5922250l)